

Важным вкладом в теорию оценок параметров сигналов явились статьи **Д. Миддлтона** и **Д. Ван Метера** [3], в которых эта теория строилась на строгом фундаменте статистических методов, созданных крупными математиками в XX в. Эти методы были развиты **Р.А. Фишером**, предложившим еще в 1921 г. для оценки параметров законов распределения вероятностей по эмпирическим наблюдениям метод максимального правдоподобия, и математиками **Г.А. Крамером**, **К.Р. Рао**, **У. Гренандером** и **А. Вальдом**, развивавшими эти методы в 1945–1950 гг.

В книге **Д. Миддлтона** [4] упомянутые методы изложены применительно к задачам теории связи. На этой основе были разработаны методы совместной оценки нескольких параметров, от которых зависит принимаемый сигнал, рассмотрены задачи оценки амплитуды принимаемого сигнала как при когерентном, так и при некогерентном (когда фаза принимаемого сигнала случайна) методах приема. В книге [4] показана возможность применения неравенства Крамера–Рао для получения нижней границы среднеквадратической ошибки оценки параметров сигнала. В области высоких отношений сигнал/шум такая оценка оказывается достаточно точной. **Д. Миддлтон** предложил методы получения оценок параметров сигналов, оптимальных по разным критериям: максимального правдоподобия, максимальной апостериорной вероятности и байесовскому при различных функциях стоимости.

Все основные результаты теории оценки параметров сигналов систематически изложены в фундаментальной монографии **Г. Ван Триса** [5] и в книге **В.И. Тихонова** [6].

## 5.2. Применение теории для решения практических задач

Теория оценки параметров сигналов получила широкую популярность и была применена в последующие годы многими крупными учеными для решения практических задач.

**Задачи оценки параметров сигнала в системах с одним каналом приема.** К таким задачам относятся задачи, связанные с приемом информационных сообщений, передаваемых разными методами по каналам связи. Ряд подобных задач был рассмотрен самим **В.А. Котельниковым**. Начатые им исследования были продолжены многими учеными. Профессор **А.Ф. Фомин** рассмотрел [7] широкий класс систем передачи информационных параметров с помощью аналоговых и импульсных методов модуляции и определил достижимую точность оценки этих параметров с учетом аномальных ошибок.

К этому же кругу задач относятся радиолокационные задачи, связанные с определением дальности лоцируемого объекта, его скорости, ускорения и угловых координат (азимута и угла места) при использовании одной приемной антенны. Американский ученый **Д. Слепян** [8] применил эту теорию к задаче совместной оценки времени прихода и частоты принимаемого сигнала (измерение времени прихода позволяет определить дальность от радиолокатора до объекта, а измерения частоты — доплеровский сдвиг частоты, который определяется его скоростью). Он же дал обобщение данной теории на случай, когда шум, воздействующий на прием сигналов, не является «белым». Другой ученый **Ф. Белло** рассмотрел задачу [9] совместной оценки времени прихода, частоты и скорости изменения частоты (которая определяет ускорение лоцируемого объекта) принимаемого сигнала. **П. Сверлинг** был первым, кто исследовал максимальную точность определения угловых координат объекта импульсной радиолокационной станцией [10].

Важные исследования возможностей измерения угловых координат объектов по методу сканирования диаграммы направленности антенны радиолокатора были выполнены профессором **С.Е. Фальковичем** [11]. Метод сканирования состоит в том, что для повышения угловой разрешающей способности радиолокатора обзор пространства ведется за счет перемещения антенны в пространстве. Если антенна находится на земле, то сканирование осуществляется вращением антенны вокруг некоторой оси, жестко связанной с конструкцией антенны. Если же она установлена на борту самолета или искусственного спутника Земли, то ее сканирование проводится за счет движения летательного аппарата. Амплитудная диаграмма направленности (ДН) сканирующей антенны может быть достаточно широкой, однако ее фазовая диаграмма должна иметь существенную нелинейность. Из-за сканирования антенны, обладающей нелинейной фазовой ДН, законы изменения частоты сигналов, отраженных от каждого из лоцируемых объектов, угловые координаты которых различны, существенно отличаются. Это позволяет повысить разрешающую способность радиолокатора и разделить разные объекты даже в том случае, если все они находятся в основном лепестке ДН антенны и их угловые координаты отличаются незначительно.

Отечественными учеными Е.И. Куликовым и А.П. Трифоновым [12] был рассмотрен широкий круг задач, связанных с отдельной и совместной оценкой как энергетических, так и неэнергетических параметров сигналов для различных априорных данных о принимаемом сигнале. Ими были исследованы различные (оптимальные и субоптимальные) методы оценки параметров, получены структуры соответствующих устройств, рассмотрены конкретные примеры отдельных и совместных оценок длительности, амплитуды, временного положения, частоты, фазы и других параметров сигналов.

Широкую известность среди специалистов получила монография **Л.А. Вайнштейна** и В.Д. Зубакова [13], вышедшая в 1960 г. в нашей стране и позже опубликованная в переводе на английский язык в США. В этой монографии, в частности, впервые была рассмотрена задача совместного обнаружения сигнала и оценки его параметров. Подобная же задача была исследована позже **Д. Миддлтоном** и Р. Эспозито [14].

Важнейшая проблема радиосвязи — обеспечение электромагнитной совместимости (ЭМС) радиосредств (РЭС), работающих в общих полосах частот, за счет применения компенсаторов помех (КП). Другая важная проблема связана с повышением эффективности использования радиочастотного спектра. Для ее решения необходимо найти такие способы передачи сигналов, которые позволяли бы в одном частотном канале передавать с высокой помехоустойчивостью несколько информационных сообщений. Теория оценок параметров сигналов дает подход к решению и этих проблем.

В работе М.А. Быховского [15] показана возможность разделения двух ЧМ-сигналов, занимающих общую полосу частот. Показано, что если оба сигнала формируются на передающем конце одной линии связи и они синхронизированы, то их разделение возможно даже в том случае, если оба они имеют одинаковые амплитуды. Эта позволяет увеличить пропускную способность систем связи с ЧМ.

## Лев Альбертович ВАЙНШТЕЙН

Выдающийся отечественный ученый Лев Альбертович Вайнштейн родился 6 декабря 1920 г. в Москве. Его отец Альберт Львович Вайнштейн — экономист, мать Мария Андреевна Балашова — служащая. Отец в 1941 г. был репрессирован и восемь лет находился в Карагандинском лагере. Среднюю школу Л.А. Вайнштейн окончил в 1938 г. и тогда же поступил на физический факультет Московского государственного университета, после окончания которого в 1943 г. был оставлен в аспирантуре. Его научным руководителем был академик М.А. Леонтович. В 1947 г. Л.А. Вайнштейн защитил диссертацию на тему «Теория дробового эффекта при наличии пространственного заряда» и ему была присвоена ученая степень кандидата физико-математических наук. По окончании аспирантуры в 1946 г. он работал в одном из московских НИИ до 1957 г., сначала в должности ведущего инженера, затем — старшего научного сотрудника, а с 1953 г. — начальника лаборатории.

Докторскую диссертацию на тему «Дифракция электромагнитных и звуковых волн на открытом конце волновода» Л.А. Вайнштейн защитил в марте 1952 г. В 1957 г. он по рекомендации академика А.В. Фока перешел на работу в Институт физических проблем АН СССР, где и работал в должности ведущего научного сотрудника. В это время на его научные интересы большое влияние оказал директор института — нобелевский лауреат академик П.Л. Капица. В 1966 г. Л.А. Вайнштейн был избран членом-корреспондентом АН СССР.

Круг научных проблем, которыми занимался и успешно решал Л.А. Вайнштейн, весьма широк. Основное направление его научной деятельности было связано с электродинамикой и электроникой. Однако в конце 50-х гг. он выполнил весьма важные исследования в области статистической теории связи. Результаты этих исследований вошли в монографию «Выделение сигнала на фоне случайных помех», написанную им совместно с В.Д. Зубаковым и изданную в 1960 г. В этой книге были рассмотрены и последовательно изложены теория оптимальной линейной фильтрации сигналов Винера—Колмогорова и теория согласованных фильтров. В основной части книги приведена теория оптимального обнаружения сигнала на фоне помехи гауссовского стационарного случайного процесса. Рассмотрен ряд задач, представляющих интерес для радиолокации, таких как обнаружение сигнала с неизвестной амплитудой и фазой, обнаружение когерентной и некогерентной пачки импульсов с учетом скорости движения лоцируемого объекта, рассмотрена проблема радиолокационного обнаружения «мерцающей» цели, а также проблема измерения параметров сигнала (времени прихода и частоты), определяющих расстояние до



объекта и его скорость. Данная монография содержала ряд новых, важных для проектирования радиолокационных систем результатов. Она получила широкую известность и была издана в США.

Другой цикл работ Л.А. Вайнштейна связан с теорией передачи сигналов и некоторыми смежными вопросами, базирующимися на концепции аналитического сигнала. Их результаты изложены в монографии «Разделение частот в теории колебаний и волн», написанной им совместно с Д.Е. Вакманом и изданной в 1983 г. В ней представлены новые результаты, касающиеся математического описания колебательных процессов с помощью аналитического сигнала, применения концепции аналитического сигнала для решения некоторых задач радиофизики, связанных с нелинейными и параметрическими колебаниями в различных системах, исследования движения заряженных частиц в сильном магнитном поле, нелинейных волн в различных средах. В книге также развита квантовая теория фотодетектирования оптического излучения и исследованы задачи, связанные с воздействием шумов на генератор электрических колебаний.

В самом начале научной деятельности Л.А. Вайнштейн методом факторизации (метод Винера—Хопфа) решил труднейшую задачу, важную для последующего развития теории дифракции, — задачу об излучении из открытого конца волновода. По своей значимости эта работа сопоставима лишь с другой классической ключевой задачей — о дифракции волны на клине, решение которой было получено пятьюдесятью годами ранее знаменитым немецким физиком А. Зоммерфельдом. Постановлением Президиума АН СССР в 1948 г. Л.А. Вайнштейну была присуждена премия им. Мандельштама за лучшую работу в области радио. Решение этой проблемы оказалось особенно важным в связи с бурным развитием в 40-х гг. радиотехники сверхвысоких частот.

Большая часть указанных результатов Л.А. Вайнштейна изложена в двух его монографиях: «Дифракция электромагнитных и звуковых волн на открытом конце волновода» (1953 г.) и «Теория дифракции и метод факторизации» (1966 г.). Эти работы были высоко оценены специалистами многих стран.

Л.А. Вайнштейном было написано более 160 научных работ и 9 монографий, получивших мировое признание. Многие его результаты считаются классическими.

Помимо чисто научной, Л.А. Вайнштейн вел большую педагогическую и организационную деятельность. С 1954 г. в течение ряда лет он читал в МФТИ лекции по электродинамике СВЧ и на этой основе написал монографию «Электромагнитные волны» (1957 г.), которая стала настольной книгой специалистов по радиофизике. У него было много учеников, целая научная школа. В 1957 г. ему присвоено звание профессора.

Научные заслуги Л.А. Вайнштейна были отмечены двумя орденами «Знак почета» и медалями, а в 1990 г. ему посмертно была присуждена Государственная премия.

Лев Альбертович Вайнштейн скончался 8 сентября 1989 г.

**Задачи оценки параметров сигнала в системах с несколькими независимыми каналами приема.** К данному классу задач относятся радиолокационные задачи, связанные с оптимальной пространственно-временной обработкой сигналов, а также с созданием многоканальных КП для обеспечения ЭМС различных систем связи, работающих в одном и том же частотном канале.

В начале 60-х гг. ученые стали применять теорию статистических решений к проблемам приема пространственно-временных сигналов. Такие проблемы возникают, например, в радио- и гидролокации. При пространственно-временной обработке сиг-

налов используют линейные, двухмерные или трехмерные антенные решетки. При этом временная обработка сигналов в каналах, подсоединенных к элементам решетки, расположенным в различных точках пространства, получается различной. Поэтому для реализации оптимального приема сигналов требуется их совместная пространственно-временная обработка.

В работах Ф. Бруна [16], Д. Миддлтона, Г. Грогински [17] и Г. Янга [18] были получены структуры приемников, осуществляющих оптимальную обработку пространственно-временных сигналов, рассмотрены задачи обнаружения одной или нескольких целей в среде с помехами реверберационного типа, рассмотрены задачи оценки амплитуды сигнала, отраженного от цели, ее дальности и угловых координат. Кроме того, Г. Ван Трисом [19] был разработан метод синтеза сигналов, оптимальных для таких условий приема. В статьях Д. Миддлтона [20], Г. Янга и Дж. Ховарда [21] представлены результаты, полученные до 1970 г. американскими учеными.

В данном направлении активно вели исследования и отечественные ученые. Важных результатов добились профессора **С.Е. Фалькович** [11] и И.Н. Амиантов [22]. В [11] были получены структуры оптимальных устройств обработки сигналов, исследованы проблемы пеленгации неподвижных и подвижных целей и рассмотрены вопросы влияния на оптимальный прием сигналов мультипликативных и аддитивных помех. В [22] был выполнен синтез оптимальных четырехканальных моноимпульсных измерителей угловых координат (система Пэйджа) источников гармонического и шумоподобного излучения. Данная система имеет четыре парциальных антенны, выходы которых связаны с отдельными каналами приема. Центры ДН этих антенн (направления максимального излучения и приема) расположены на биссектрисах координатных углов.

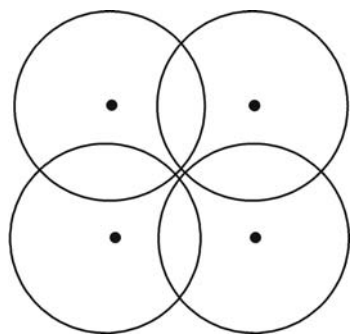


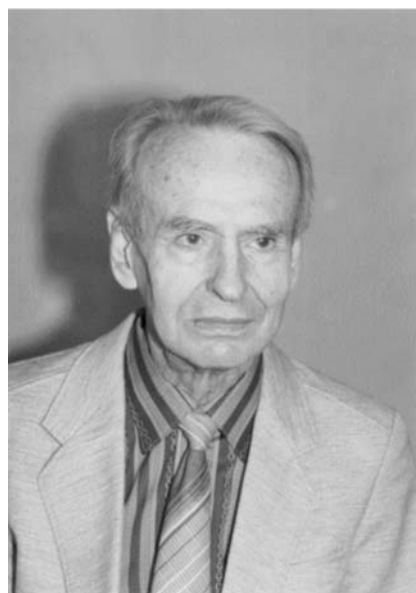
Рис. 3.3

Началом координат является точка пересечения всех четырех парциальных диаграмм, которая определяет равносигнальное направление, как показано на рис. 3.3. Изменение положения цели относительно равносигнального направления приводит к изменениям амплитуды и фазы сигналов в парциальных каналах приема. Амиантовым были получены оптимальные алгоритмы обработки сигналов в данной системе при их когерентном и некогерентном приемах и определена достижимая точность измерения угловых координат целей [22]. Кроме того, им было выполнено обстоятельное исследование фазовых методов измерения угловых координат целей, основанных на сравнении фаз колебаний, принятых несколькими элементами, образующими двухмерную антенную решетку.

Проблема синтеза оптимальных многоканальных КП, позволяющих обеспечить ЭМС систем приема информационных сообщений при радиопомехах, приводит к задачам, относящимся к классу тех, которые рассматриваются в данном разделе. Эта проблема важна для радиорелейных и спутниковых линий связи, в которых на ограниченной территории в одном и том же частотном канале работают несколько радиостанций. Для часто встречающегося на практике случая, когда для передачи информа-

ционных сообщений используется ЧМ и прием сигналов, приходящих с разных направлений, осуществляется с помощью двух приемных антенн, синтез и анализ оптимальных и субоптимальных КП был выполнен М.А. Быховским [23]. Исследование показало, что применение КП является весьма эффективным средством борьбы с радиопомехами в системах связи.

## Савелий Еремеевич Фалькович



Савелий Еремеевич Фалькович — крупный отечественный ученый в области статистической теории связи. Он родился 13 февраля 1920 г. в г. Краснодаре. После окончания школы в 1937 г. он поступил в Московский энергетический институт (МЭИ), однако окончить МЭИ не смог в связи с началом Великой Отечественной войны. В самом ее начале — 22 июня 1941 г. он записывается добровольцем в армию, однако по приказу министра обороны его вместе с группой студентов МЭИ направляют на учебу в Ленинградскую военно-воздушную академию (ЛВВА) им. Можайского. С 1943 г. С.Е. Фалькович находится в действующей армии в качестве заместителя штурмана полка по радионавигации.

После окончания войны С.Е. Фалькович поступает в адъюнктуру ЛВВА. Успешно окончив ее в 1949 г. и защитив кандидатскую диссертацию, он направляется в Харьковское высшее военное инженерное училище, в котором возглавляет кафедру приемных устройств и телеметрии. Докторскую диссертацию он защитил в 1961 г. Демобилизовавшись в 1968 г. из армии, С.Е. Фалькович становится заведующим кафедрой радиотехнических систем Харьковского авиационного института, в котором работает в должности профессора и в настоящее время.

В середине 50-х гг. XX в. С.Е. Фалькович приступает к созданию статистической теории пространственно-временной обработки сигналов и разработке ее приложений к синтезу измерительных радиотехнических систем. К таким системам прежде всего относятся системы радиолокации, радионавигации, дистанционного зондирования, траекторных измерений, радиотеплолокации, радиоастрономии и радиотелеметрии. Под его руководством в Харькове формируется научная школа пространственно-временной обработки сигналов.

В его собственных работах и в работах его учеников были получены фундаментальные результаты в области статистической теории решений, оценивания и фильтрации электромагнитных полей функций времени и пространственных координат. На основе системного подхода ими были синтезированы структурные схемы формирования и обработки сигналов в оптимальных радиотехнических системах.

С.Е. Фалькович является автором научных монографий, в которых созданная В.А. Котельниковым теория потенциальной помехоустойчивости получила дальнейшее развитие. В 1961 г. вышла его книга «Прием радиолокационных сигналов на фоне флуктуационных помех», в 1970 г. — «Оценка параметров сигналов», в 1981 г. — «Статистическая теория измерительных систем», а в 1989 г. — «Оптимальный прием пространственно-временных сигналов в радиоканалах с рассеянием».

Помимо книг он опубликовал более 150 научных работ. С.Е. Фалькович является не только крупным ученым, но и замечательным педагогом, подготовившим более 50 кандидатов и 10 докторов технических наук. Научные достижения С.Е. Фальковича отмечены присуждением ему Государственной премии СССР «За цикл работ по статистической теории радиоэлектронных систем».

### 5.3. Методы определения потенциальной точности оценки параметров сигналов

При высоком уровне принимаемого сигнала точность оценки его параметров (среднеквадратичная величина погрешности оценки) близка к границе, даваемой неравенством Крамера—Рао. Однако при его уменьшении ниже определенного порогового уровня наступает резкое ухудшение помехоустойчивости, т.е. снижение точности оценки параметров сигнала. На практике представляет интерес определение этого порогового уровня и зависимость точности оценки параметров сигналов от уровня принимаемого сигнала при его значениях, лежащих как выше, так и ниже порогового.

Неравенство Крамера—Рао для оценки точности определения параметров разных сигналов применялось в очень многих работах [8–13, 15, 22]. Пороговый уровень и зависимость точности оценки параметров сигналов при уровнях принимаемого сигнала, лежащих ниже порогового, может быть определена, если, следуя **В.А. Котельникову**, рассматривать оптимальный многоканальный приемник (см. рис. 3.1). Подобная трактовка задачи оптимальной оценки информационных параметров сигнала позволяет определить соответствующие зависимости по результатам теории оптимального приема  $M$ -позиционных дискретных сообщений [1]. Впоследствии с различными модификациями такой подход развивался начиная с 1964 г. С. Дарлингтоном [24], Г. Акима [25], Дж. Возенкрафтом и И. Джекобсом [26], В. Зивом и М. Закаи [27], Л. Зейдманом [28], Л.А. Вайнштейном и В.Д. Зубаковым [13] и А.Ф. Фоминым [7].

В 1970 г. в обзорной работе Л. Зейдмана [28] было дано сопоставление разных методов определения точности оценок параметров сигналов, включая методы, основанные на результатах, полученных ранее математиками А. Баттачариа (1946–1948 гг.) и Е.В. Баранкиным (1949 г.). Критерий Баттачариа был применен для этой цели в 1966 г. **Г. Ван Трисом** [5], а критерий Баранкина — Л. Зейдманом и Р. Маколеем [29]. В [28] также была отмечена возможность определения точности оценок параметров сигналов на основе результатов теории информации К. Шеннона. Кроме того, в [28] было показано, что наиболее точные результаты могут быть получены при использовании границ Крамера—Рао и тех, которые следуют из теории оптимального приема  $M$ -позиционных дискретных сообщений.

## § 6. Оптимальный прием аналоговых сигналов

### Введение

Вплоть до 70-х гг. XX в. аналоговые системы передачи сообщений были доминирующим видом систем, используемых для передачи сообщений по каналам связи. В системах, работающих в диапазонах низких, средних или высоких частот, применялись, как правило, амплитудная модуляция (АМ) с передачей двух боковых полос частот или одной боковой полосы (ОБП). Амплитудная модуляция с ОБП является линейной, так как амплитуда передаваемого сигнала линейно зависит от уровня модулирующего сообщения. Она широко применяется в технике связи, в частности в телевизионном вещании. В системах звукового вещания, работающих в более высокочастотных диапазонах, в подвижной связи, в радиорелейных и спутниковых системах передачи многоканальной телефонии наиболее часто использовалась частотная модуляция (ЧМ). Этот вид модуляции является нелинейным. Он применялся не только в системах связи, но и во многих других системах: звукозаписи сигналов на магнитный носитель, системах передачи на поднесущей сигналов цветности в телевидении и т.п.

В [1] рассмотрена история развития систем радиосвязи и вещания, а также методов модуляции и приема сигналов. Уже в 30-х гг. инженеры, основываясь на интуиции и здравом смысле, изобрели методы приема сигналов с АМ, ОБП и ЧМ. В случае АМ повсеместное распространение получили приемники, в которых в качестве демодулятора использовался линейный детектор для приема сигналов с ОБП — синхронный детектор, на который в качестве опорного сигнала подавалось гармоническое колебание, сформированное из остатка несущей, содержащейся в составе сигнала с ОБП. Наиболее распространенным демодулятором ЧМ-сигналов был частотный дискриминатор — пара расстроенных контуров, в которых осуществлялось преобразование принимаемых сигналов так, чтобы на их выходе амплитуда сигнала изменялась пропорционально его мгновенной частоте. Тогда на выходе амплитудного детектора, установленного на выходе расстроенных контуров, можно было выделить полезное сообщение. В эти же годы были изобретены фазовая автоподстройка частоты (ФАПЧ) и следящие демодуляторы ЧМ-сигнала.

Исследования академика **В.А. Котельникова** показали, что при высоком отношении сигнал/шум на входе приемника существующие методы приема сигналов с АМ и ЧМ обеспечивают потенциальную помехоустойчивость. Поэтому на первый взгляд трудно было ожидать от созданной теории оптимального приема сигналов новых результатов, представляющих практический интерес.

Следует отметить, что одна из целей, которые преследуют инженеры при конструировании систем связи, заключается в том, чтобы эта система функционировала с заданным качеством приема сообщений при минимальном уровне сигнала, поступающего на вход приемника. Поэтому в ряде случаев очень важно построить систему так, чтобы для ее нормальной работы требовался минимальный энергетический потенциал радиолинии. При низких уровнях принимаемого сигнала начинают проявляться нелинейные (пороговые) эффекты в демодуляторах, поэтому определение структуры оптимальных демодуляторов и выбор их параметров, при которых может быть достигнута высокая помехоустойчивость приема, требуют учета тонких физических яв-



лений. В этих случаях весьма сложно основываться лишь на интуиции и становится необходимой обоснованная теория, которая дает инженеру научный инструмент для создания эффективных систем связи. Такая теория была создана и активно развивалась в период 50–70 гг. XX столетия.

В настоящее время разработаны две теории оптимального приема сигналов — гауссовская (ГТОП) и марковская (МТОП). Первой была создана ГТОП, а затем — МТОП. Обе они нашли применение для решения широкого круга задач теории связи и радиолокации. Следует отметить, что их применение к задачам, связанным с приемом сигналов с разными видами модуляции, приводило практически к одним и тем же решениям. Поэтому во многих случаях выбор того или иного варианта теории для решения конкретной задачи определяется личными предпочтениями исследователя. По-видимому, для решения вопросов оптимального приема сигналов в том случае, когда передаваемые сообщения являются гауссовскими случайными процессами, ГТОП позволяет получить результаты наиболее простым способом. Если же полезное сообщение или воздействующие на прием сигналов шумы не являются гауссовскими процессами, то адекватный теоретический инструмент для решения подобных задач дает МТОП.

### 6.1. Гауссовская теория оптимального приема сигналов

Первые работы, в которых был дан строгий статистический подход к проблемам оптимальной демодуляции аналоговых сигналов (иначе эти проблемы называют проблемами оптимальной нелинейной фильтрации), были выполнены в середине 50-х гг. американскими учеными Ф. Леганом и Р. Парксом [2] и Д. Йоулой [3]. Постановка задачи синтеза оптимального демодулятора в этих работах выглядела следующим образом. На вход приемника поступал сигнал

$$r(t) = S[t, a(t)] + n(t),$$

где  $S[t, a(t)]$  — сигнал, передаваемый по линии связи;  $a(t)$  и  $n(t)$  — полезное сообщение и гауссовский шум, представляющие собой гауссовские случайные процессы с известными корреляционными функциями  $R_a(\tau)$  и  $R_n(\tau)$ .

Например,

$$S[t, a(t)] = A[1 + m a(t)] \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \quad \text{для случая АМ;}$$

$$S[t, a(t)] = A \sin(\omega_0 t + \beta \int_{-\infty}^t a(t) dt + \varphi_0) \quad \text{для случая ЧМ.}$$

Здесь  $\omega_0$  и  $\varphi_0$  — частота и фаза принимаемого сигнала;  $m$  и  $\beta$  — индексы амплитудной и частотной модуляций.

В рассматриваемых работах использовалось представление процесса  $a(t)$  рядом Карунена—Лоэва  $a(t) = \sum x_i \Phi_i(t)$ , важная особенность которого в том, что  $x_i$  являются независимыми случайными величинами, а функции  $\Phi_i(t)$  — собственными функциями интегрального уравнения:

$$\lambda_i \Phi_i(t) = \int_0^T R_a(t-\tau) \Phi_i(\tau) d\tau,$$

где  $T$  — интервал наблюдения принимаемого сигнала. Таким образом, задача оценки процесса  $a(t)$  сводится к задаче получения оптимальных оценок параметров  $x_i$ , остающихся постоянными на интервале наблюдения методом максимума апостериорной вероятности. Процедура синтеза для случая, когда шум  $n(t)$  является «белым» и имеет спектральную плотность  $N_0$ , приводила к следующему уравнению работы оптимального демодулятора:

$$a^*(t) = \frac{2}{N_0} \int_0^T R_a(t-\tau) \frac{\partial S(\tau, a^*(\tau))}{\partial a^*(\tau)} [r(\tau) - S(\tau, a^*(\tau))] d\tau \text{ при } 0 < t < T.$$

Здесь  $a^*(t)$  — оптимальная оценка полезного сообщения.

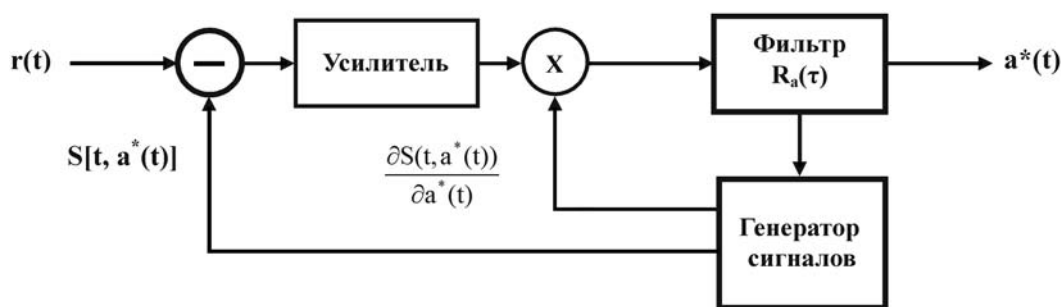


Рис. 3.4

На рис. 3.4 показана блок-схема следящего устройства, в котором реализуется оптимальный алгоритм демодуляции полезного сообщения. Следует отметить, что в цепи обратной связи этого устройства после вычитателя стоит усилитель с коэффициентом усиления, равным  $2/N_0$ , и фильтр с импульсной реакцией  $R_a(\tau)$ . Этот фильтр не является физически реализуемым, так как  $R_a(\tau) \neq 0$  при  $\tau < 0$ .

Приведенная схема не дает практического решения, поскольку физически нереализуемый фильтр построить нельзя. Однако она дает представление о структуре оптимального демодулятора. **Г. Ван Трис** предложил его реализацию путем использования в цепи обратной связи оптимального физически реализуемого фильтра, минимизирующего ошибку слежения в цепи обратной связи демодулятора, и установки на его выходе дополнительного фильтра с большим запаздыванием [4]. При этом сквозная частотная характеристика соответствует нереализуемому фильтру, на выходе которого формируется оптимальная оценка полезного сообщения. Забегая вперед, отметим, что развитые позже строгие методы синтеза оптимального демодулятора, основанные на использовании уравнений состояния, приводят к тому же решению, которое предложил Г. Ван Трис.

Весьма важным практическим вопросом теории оптимального приема сигналов является определение среднеквадратической ошибки оценки полезного сообщения, формируемой на выходе оптимального демодулятора. Точное вычисление этой ошибки весьма сложно, однако теория позволяет найти для нее границы. Г. Ван Трис в